

§ 9.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

- 1) Векторы. Линейные операции над векторами.
- 2) Скалярное произведение, его свойства. Длина вектора. Угол между двумя векторами.
- 3) Определители, их свойства.
- 4) Векторное произведение. Свойства. Геометрический смысл.
- 5) Смешанное произведение, его свойства. Геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
- 6) Плоскость. Уравнение плоскости.
- 7) Расстояние от точки до плоскости.
- 8) Уравнения прямой в пространстве. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости.

§ 9.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

- 1) Пусть векторы a и b не коллинеарны и $\overrightarrow{AB} = \frac{\alpha}{2}a$, $\overrightarrow{BC} = 4(\beta a - b)$, $\overrightarrow{CD} = -4\beta b$, $\overrightarrow{DA} = a + \alpha b$.

Найти α и β и доказать коллинеарность векторов \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{DA} .

- 2) Разложить вектор $s = a + b - 2c$ по трем некомпланарным векторам $m = a + b - 2c$, $n = a - b$, $p = 2b + 3c$.

- 3) Найти угол между единичными векторами e_1 и e_2 если известно, что векторы $a = e_1 + 2e_2$ и $b = 5e_1 - 4e_2$ взаимно перпендикулярны.

- 4) Доказать компланарность векторов a, b и c , зная, что

$$[ab] + [bc] + [ca] = 0.$$

- 5) Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через точки (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) перпендикулярно плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$, можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0.$$

- 6) Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через пересекающиеся прямые

$$\frac{x - x_1}{t_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1} \quad \text{и} \quad \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2},$$

можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

- 7) Доказать, что уравнения прямой, проходящей через точку (x_1, y_1, z_1) параллельно плоскостям $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, можно записать в виде

$$\frac{x - x_1}{\begin{vmatrix} B_1 C_1 \\ B_2 C_2 \end{vmatrix}} = \frac{y - y_1}{\begin{vmatrix} A_1 C_1 \\ A_2 C_2 \end{vmatrix}} = \frac{z - z_1}{\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}}$$

8) Доказать, что необходимым и достаточным условием принадлежности двух прямых

$$\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1} \text{ и } \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2},$$

одной плоскости является выполнение равенства

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

9) Доказать, что расстояние от точки A до прямой, проходящей через точку B и имеющей направляющий вектор S , определяется формулой

$$d = \frac{\left| [S, \overrightarrow{AB}] \right|}{|S|}.$$

10) Даны две скрещивающиеся прямые, проходящие соответственно через точки $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$. Их направляющие векторы S_1 и S_2 известны. Доказать, что расстояние между ними определяется формулой

$$d = \frac{\left| S_1 S_2 \overrightarrow{AB} \right|}{\left| [S_1 S_2] \right|}.$$

§ 9.3. РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задача 1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

1. $x = \{-2, 4, 7\},$
 $p = \{0, 1, 2\},$
 $q = \{1, 0, 1\},$
 $r = \{-1, 2, 4\}.$

2. $x = \{6, 12, -1\},$
 $p = \{1, 3, 0\},$
 $q = \{2, -1, 1\},$
 $r = \{0, -1, 2\}.$

3. $x = \{1, -4, 4\},$
 $p = \{2, 1, -1\},$
 $q = \{0, 3, 2\},$
 $r = \{1, -1, 1\}.$

4. $x = \{-9, 5, 5\},$
 $p = \{4, 1, 1\},$
 $q = \{2, 0, -3\},$
 $r = \{-1, 2, 1\}.$

5. $x = \{-5, -5, 5\},$
 $p = \{-2, 0, 1\},$
 $q = \{1, 3, -1\},$
 $r = \{0, 4, 1\}.$

6. $x = \{13, 2, 7\},$
 $p = \{5, 1, 0\},$
 $q = \{2, -1, 3\},$
 $r = \{1, 0, -1\}.$

7. $x = \{-19, -1, 7\},$
 $p = \{0, 1, 1\},$
 $q = \{-2, 0, 1\},$
 $r = \{3, 1, 0\}.$

8. $x = \{3, -3, 4\},$
 $p = \{1, 0, 2\},$
 $q = \{0, 1, 1\},$
 $r = \{2, -1, 4\}.$

9. $x = \{3, 3, -1\},$
 $p = \{3, 1, 0\},$
 $q = \{-1, 2, 1\},$
 $r = \{-1, 0, 2\}.$

- | | | | | | |
|-----|--|-----|--|-----|--|
| 10. | $x = \{-1, 7, -4\},$
$p = \{-1, 2, 1\},$
$q = \{2, 0, 3\},$
$r\{1, 1, -1\}.$ | 18. | $x = \{8, 1, 12\},$
$p = \{1, 2, -1\},$
$q = \{3, 0, 2\},$
$r\{-1, 1, 1\}.$ | 26. | $x = \{11, -1, 4\},$
$p = \{1, -1, 2\},$
$q = \{3, 2, 0\},$
$r\{-1, 1, 1\}.$ |
| 11. | $x = \{6, 5, -14\},$
$p = \{1, 1, 4\},$
$q = \{0, -3, 2\},$
$r\{2, 1, -1\}.$ | 19. | $x = \{-9, -8, -3\},$
$p = \{1, 4, 1\},$
$q = \{-3, 2, 0\},$
$r\{1, -1, 2\}.$ | 27. | $x = \{-13, 2, 18\},$
$p = \{1, 1, 4\},$
$q = \{-3, 0, 2\},$
$r\{1, 2, -1\}.$ |
| 12. | $x = \{6, -1, 7\},$
$p = \{1, -2, 0\},$
$q = \{-1, 1, 3\},$
$r\{1, 0, 4\}.$ | 20. | $x = \{-5, 9, -13\},$
$p = \{0, 1, -2\},$
$q = \{3, -1, 1\},$
$r\{4, 1, 0\}.$ | 28. | $x = \{0, -8, 9\},$
$p = \{0, -2, 1\},$
$q = \{3, 1, -1\},$
$r\{4, 0, 1\}.$ |
| 13. | $x = \{5, 15, 0\},$
$p = \{1, 0, 5\},$
$q = \{-1, 3, 2\},$
$r\{0, -1, 1\}.$ | 21. | $x = \{-15, 5, 6\},$
$p = \{0, 5, 1\},$
$q = \{3, 2, -1\},$
$r\{-1, 1, 0\}.$ | 29. | $x = \{8, -7, -12\},$
$p = \{0, 1, 5\},$
$q = \{3, -1, 2\},$
$r\{-1, 0, 1\}.$ |
| 14. | $x = \{2, -1, 1, 1\},$
$p = \{1, 1, 0\},$
$q = \{0, 1, -2\},$
$r\{1, 0, 3\}.$ | 22. | $x = \{8, 9, 4\},$
$p = \{1, 0, 1\},$
$q = \{0, -2, 1\},$
$r\{1, 3, 0\}.$ | 30. | $x = \{2, 7, 5\},$
$p = \{1, 0, 1\},$
$q = \{1, -2, 0\},$
$r\{0, 3, 1\}.$ |
| 15. | $x = \{11, 5, -3\},$
$p = \{1, 0, 2\},$
$q = \{-1, 0, 1\},$
$r\{2, 5, -3\}.$ | 23. | $x = \{23, -14, -30\},$
$p = \{2, 1, 0\},$
$q = \{1, -1, 0\},$
$r\{-3, 2, 5\}.$ | 31. | $x = \{-15, -20, -1\},$
$p = \{0, 2, 1\},$
$q = \{0, 1, -1\},$
$r\{5, -3, 2\}.$ |
| 16. | $x = \{8, 0, 5\},$
$p = \{2, 0, 1\},$
$q = \{1, 1, 0\},$
$r\{4, 1, 2\}.$ | 24. | $x = \{3, 1, 3\},$
$p = \{2, 1, 0\},$
$q = \{1, 0, 1\},$
$r\{4, 2, 1\}.$ | | |
| 17. | $x = \{3, 1, 8\},$
$p = \{0, 1, 3\},$
$q = \{1, 2, -1\},$
$r\{2, 0, -1\}.$ | 25. | $x = \{11, -1, 4\},$
$p = \{1, -1, 2\},$
$q = \{3, 2, 0\},$
$r\{-1, 1, 1\}.$ | | |

Задача 2. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

- $a = \{1, -2, 3\}, b\{3, 0, -1\}, c_1 = 2a + 4b, c_2 = 3b - a.$
- $a = \{1, 0, 1\}, b\{-2, 3, 5\}, c_1 = a + 2b, c_2 = 3a - b.$
- $a = \{-2, 4, 1\}, b\{1, -2, 7\}, c_1 = 5a + 3b, c_2 = 2a - b.$
- $a = \{1, 2, -3\}, b\{2, -1, -1\}, c_1 = 4a + 3b, c_2 = 8a - b.$

5. $a = \{3,5,4\}, b\{5,9,7\}, c_1 = -2a + b, c_2 = 3a - 2b.$
6. $a = \{1,4,-2\}, b\{1,1,-1\}, c_1 = a + b, c_2 = 4a + 2b.$
7. $a = \{1,-2,5\}, b\{3,-1,0\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$
8. $a = \{3,4,-1\}, b\{2,-1,1\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$
9. $a = \{-2,-3,-2\}, b\{1,0,-5\}, c_1 = 3a + 9b, c_2 = -a - 3b.$
10. $a = \{1,4,2\}, b\{3,-2,6\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$
11. $a = \{5,0,-1\}, b\{7,2,3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$
12. $a = \{0,3,-2\}, b\{1,-2,1\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 3a + 5b.$
13. $a = \{-2,7,-1\}, b\{-3,5,2\}, c_1 = 2a + 3b, c_2 = 3a + 2b.$
14. $a = \{3,7,0\}, b\{1,-3,4\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$
15. $a = \{-1,2,-1\}, b\{2,-7,1\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$
16. $a = \{7,9,-2\}, b\{5,4,3\}, c_1 = 4a - b, c_2 = 4b - a.$
17. $a = \{5,0,-2\}, b\{6,4,3\}, c_1 = 5a - 3b, c_2 = 6b - 10a.$
18. $a = \{8,3,-1\}, b\{4,1,3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 2b - 4a.$
19. $a = \{3,-1,6\}, b\{5,7,10\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$
20. $a = \{1,-2,4\}, b\{7,3,5\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$
21. $a = \{3,7,0\}, b\{4,6,-1\}, c_1 = 3a + 2b, c_2 = 5a - 7b.$
22. $a = \{2,-1,4\}, b\{3,-7,-6\}, c_1 = 2a - 3b, c_2 = 3a - 2b.$
23. $a = \{5,-1,-2\}, b\{6,0,7\}, c_1 = 3a - 2b, c_2 = 4b - 6a.$
24. $a = \{-9,5,3\}, b\{7,1,-2\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3a + 5b.$
25. $a = \{4,2,9\}, b\{0,-1,3\}, c_1 = 4b - 3a, c_2 = 4a - 3b.$
26. $a = \{2,-1,6\}, b\{-1,3,8\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 2a - 5b.$
27. $a = \{5,0,8\}, b\{-3,1,7\}, c_1 = 3a - 4b, c_2 = 12b - 9a.$
28. $a = \{-1,3,4\}, b\{2,-1,0\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$
29. $a = \{4,2,-7\}, b\{5,0,-3\}, c_1 = a - 3b, c_2 = 6b - 2a.$
30. $a = \{2,0,-5\}, b\{1,-3,4\}, c_1 = 2a - 5b, c_2 = 5a - 2b.$
31. $a = \{-1,2,8\}, b\{3,7,-1\}, c_1 = 4a - 3b, c_2 = 9b - 12a.$

Задача 3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$A(1,-2,3),$
1. $B(0,-1,2),$
 $C(3,-4,5).$

$A(0,-3,6),$
2. $B(-12,-3,-3),$
 $C(-9,-3,-6).$

$A(3,3,-1),$
3. $B(5,5,-2),$
 $C(4,1,1).$

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| $A(1,-2,3),$ | $A(0,0,4),$ | $A(-1,2,-3),$ |
| 4. $B(0,-1,2),$ | 14. $B(-3,-6,1),$ | 24. $B(0,1,-2),$ |
| $C(3,-4,5).$ | $C(-5,-10,-1).$ | $C(-3,4,-5).$ |
| $A(-4,-20),$ | $A(2,-8,-1),$ | $A(0,3,-6),$ |
| 5. $B(-1,-2,4),$ | 15. $B(4,-6,0),$ | 25. $B(9,3,6),$ |
| $C(3,-2,1).$ | $C(-2,-5,-1).$ | $C(12,3,3).$ |
| $A(5,3,-1),$ | $A(3,-6,9),$ | $A(3,3,-1),$ |
| 6. $B(5,2,0),$ | 16. $B(0,-3,6),$ | 26. $B(5,1,-2),$ |
| $C(6,4,-1).$ | $C(9,-12,15).$ | $C(4,1,-3).$ |
| $A(-3,-7,-5),$ | $A(0,2,-4),$ | $A(-2,1,1),$ |
| 7. $B(0,-1,-2),$ | 17. $B(8,2,2),$ | 27. $B(2,3,-2),$ |
| $C(2,3,0).$ | $C(6,2,4).$ | $C(0,0,3).$ |
| $A(2,-4,6),$ | $A(3,3,-1),$ | $A(1,4,-1),$ |
| 8. $B(0,-2,4),$ | 18. $B(5,1,-2),$ | 28. $B(-2,4,-5),$ |
| $C(6,-8,10).$ | $C(4,1,1).$ | $C(8,4,0).$ |
| $A(0,1,-2),$ | $A(-4,3,0),$ | $A(0,1,0),$ |
| 9. $B(3,1,2),$ | 19. $B(0,1,3),$ | 29. $B(0,2,1),$ |
| $C(4,1,1).$ | $C(-2,4,-2).$ | $C(1,2,0).$ |
| $A(3,3,-1),$ | $A(1,-1,0),$ | $A(-4,0,4),$ |
| 10. $B(1,5,-2),$ | 20. $B(-2,-1,4),$ | 30. $B(-1,6,7),$ |
| $C(4,1,1).$ | $C(8,-1,-1).$ | $C(1,10,9).$ |
| $A(2,1,-1),$ | $A(7,0,2),$ | $A(-2,4,-6),$ |
| 11. $B(6,-1,-4),$ | 21. $B(7,1,3),$ | 31. $B(0,2,-4),$ |
| $C(4,2,1).$ | $C(8,-1,2).$ | $C(-6,8,-10).$ |
| $A(-1,-2,1),$ | $A(2,3,2),$ | |
| 12. $B(-4,-2,5),$ | 22. $B(-1,-3,-1),$ | |
| $C(-8,-2,2).$ | $C(-3,-7,-3).$ | |
| $A(6,2,-3),$ | $A(2,2,7),$ | |
| 13. $B(6,3,-2),$ | 23. $B(0,0,6),$ | |
| $C(7,3,-3).$ | $C(-2,5,7).$ | |

Задача 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b .

1. $a = p + 2q, b = 3p - q;$

$|p| = 1, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi / 6.$

2. $a = 3p + q, b = p - 2q;$

$|p| = 4, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi / 4.$

3. $a = p - 3q, b = p + 2q;$

$|p| = 1/5, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi / 2.$

4. $a = 3p - 22q, b = p + 5q;$

$|p| = 4, |q| = 1/2, (p \wedge q) = 5\pi / 6.$

5. $a = p - 2q, b = 2p + q;$

$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = 3\pi/4.$

6. $a = p + 3q, b = p - 2q;$

$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/3.$

7. $a = 2p - q, b = p + 3q;$

$|p| = 3, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$

8. $a = 4p + q, b = p - q;$

$|p| = 7, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/4.$

9. $a = p - 4q, b = 3p + q;$

$|p| = 1, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/6.$

10. $a = p + 4q, b = 2p - q;$

$|p| = 7, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/3.$

11. $a = 3p + 2q, b = p - q;$

$|p| = 10, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi/2.$

12. $a = 4p - q, b = p + 2q;$

$|p| = 5, |q| = 4, (p \wedge q) = \pi/4.$

13. $a = 2p + 3q, b = p - 2q;$

$|p| = 6, |q| = 7, (p \wedge q) = \pi/3.$

14. $a = 3p - q, b = p + 2q;$

$|p| = 3, |q| = 4, (p \wedge q) = \pi/3.$

15. $a = 2p + 3q, b = p - 2q;$

$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/4.$

16. $a = 2p - 3q, b = 3p + q;$

$|p| = 4, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi/6.$

17. $a = 5p + q, b = p - 3q;$

$|p| = 1, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/3.$

18. $a = 7p - 2q, b = p + 3q;$

$|p| = 1/2, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$

19. $a = 6p - q, b = p + q;$

$|p| = 3, |q| = 4, (p \wedge q) = \pi/4.$

20. $a = 10p + q, b = 3p - 2q;$

$|p| = 4, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi/6.$

21. $a = 6p - q, b = p + 2q;$

$|p| = 8, |q| = 1/2, (p \wedge q) = \pi/3.$

22. $a = 3p + 4q, b = q - p;$

$|p| = 2,5, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$

23. $a = 7p + q, b = p - 3q;$

$|p| = 3, |q| = 1, (p \wedge q) = 3\pi/4.$

24. $a = p + 3q, b = 3p - q;$

$|p| = 3, |q| = 5, (p \wedge q) = 2\pi/3.$

25. $a = 3p + q, b = p - 3q;$

$|p| = 7, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/4.$

26. $a = 5p - q, b = p + q;$

$|p| = 5, |q| = 3, (p \wedge q) = 5\pi/6.$

27. $a = 3p - 4q, b = p + 3q;$

$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/4.$

28. $a = 6p - q, b = 5q + p;$

$|p| = 1/2, |q| = 4, (p \wedge q) = 5\pi/6.$

29. $a = 2p + 3q, b = p - 2q;$

$|p| = 2, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi/3.$

30. $a = 2p - 3q, b = 5p + q;$

$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/2.$

31. $a = 3p + 2q, b = 2p - q;$

$|p| = 4, |q| = 4, (p \wedge q) = 3\pi/4.$

Задача 5. Компланарны ли векторы a, b и c .

1. $a = \{2, 3, 1\}, b = \{-1, 0, -1\}, c = \{2, 2, 2\}.$

2. $a = \{3, 2, 1\}, b = \{2, 3, 4\}, c = \{3, 1, -1\}$

3. $a = \{1,5,2\}, b = \{-1,1,-1\}, c = \{1,1,1\}$.
4. $a = \{1,-1,-3\}, b = \{3,2,1\}, c = \{2,3,4\}$.
5. $a = \{3,3,1\}, b = \{1,-2,1\}, c = \{1,1,1\}$.
6. $a = \{3,1,-1\}, b = \{-2,-1,0\}, c = \{5,2,-1\}$.
7. $a = \{4,3,1\}, b = \{1,-2,1\}, c = \{2,2,2\}$.
8. $a = \{4,3,1\}, b = \{6,7,4\}, c = \{2,0,-1\}$.
9. $a = \{3,2,1\}, b = \{1,-3,-7\}, c = \{1,2,3\}$.
10. $a = \{3,7,2\}, b = \{-2,0,-1\}, c = \{2,2,1\}$.
11. $a = \{1,-2,6\}, b = \{1,0,1\}, c = \{2,-6,17\}$.
12. $a = \{6,3,4\}, b = \{-1,2,-1\}, c = \{2,1,2\}$.
13. $a = \{7,3,4\}, b = \{-1,2,-1\}, c = \{4,2,4\}$.
14. $a = \{2,3,2\}, b = \{4,7,5\}, c = \{2,0,-1\}$.
15. $a = \{5,3,4\}, b = \{-1,0,-1\}, c = \{4,2,4\}$.
16. $a = \{3,10,5\}, b = \{-2,-2,-3\}, c = \{2,4,3\}$.
17. $a = \{-2,-4,-3\}, b = \{4,3,1\}, c = \{6,7,4\}$.
18. $a = \{3,1,-1\}, b = \{1,0,-1\}, c = \{8,3,-2\}$.
19. $a = \{4,2,2\}, b = \{-3,-3,-3\}, c = \{2,1,2\}$.
20. $a = \{4,1,2\}, b = \{9,2,5\}, c = \{1,1,-1\}$.
21. $a = \{5,3,4\}, b = \{4,3,3\}, c = \{9,5,8\}$.
22. $a = \{3,4,2\}, b = \{1,1,0\}, c = \{8,11,6\}$.
23. $a = \{4,-1,-6\}, b = \{1,-3,-7\}, c = \{2,-1,-4\}$.
24. $a = \{3,1,0\}, b = \{-5,-4,-5\}, c = \{4,2,4\}$.
25. $a = \{3,0,3\}, b = \{8,1,6\}, c = \{1,1,-1\}$.
26. $a = \{1,-1,4\}, b = \{1,0,3\}, c = \{1,-3,8\}$.
27. $a = \{6,3,4\}, b = \{-1,-2,-1\}, c = \{2,1,2\}$.
28. $a = \{4,1,1\}, b = \{-9,-4,-9\}, c = \{6,2,6\}$.
29. $a = \{-3,3,3\}, b = \{-4,7,6\}, c = \{3,0,-1\}$.
30. $a = \{-7,10,-5\}, b = \{0,-2,-1\}, c = \{-2,4,-1\}$.
31. $a = \{7,4,6\}, b = \{2,1,1\}, c = \{19,11,17\}$.

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(1,3,6),$
 $A_2(2,2,1),$
 $A_3(-1,0,1),$
 $A_4(-4,6,-3).$
2. $A_1(-4,2,6),$
 $A_2(2,-3,0),$
 $A_3(-10,5,8),$
 $A_4(-5,2,-4).$
3. $A_1(7,2,4),$
 $A_2(7,-1,-2),$
 $A_3(3,3,1),$
 $A_4(-4,2,1).$
4. $A_1(2,1,4),$
 $A_2(-1,5,-2),$
 $A_3(-7,-3,2),$
 $A_4(-6,-3,6).$
5. $A_1(-1,-5,2),$
 $A_2(-6,-,-3),$
 $A_3(3,6,-3),$
 $A_4(-10,6,7).$
6. $A_1(0,-1,-1),$
 $A_2(-2,3,5),$
 $A_3(1,-5,-9),$
 $A_4(-1,-6,3).$
7. $A_1(5,2,0),$
 $A_2(2,5,0),$
 $A_3(1,2,4),$
 $A_4(-1,1,1).$
8. $A_1(2,-1,-2),$
 $A_2(1,2,1),$
 $A_3(5,0,-6),$
 $A_4(-10,9,-7).$
9. $A_1(-2,0,-4),$
 $A_2(-1,7,1),$
 $A_3(4,-8,-4),$
 $A_4(1,-4,6).$
10. $A_1(14,4,5),$
 $A_2(-5,-3,2),$
 $A_3(-2,-6,-3),$
 $A_4(-2,2,-1).$
11. $A_1(1,2,0),$
 $A_2(3,0,-3),$
 $A_3(5,2,6),$
 $A_4(8,4,-9).$
12. $A_1(2,-1,2),$
 $A_2(1,2,-1),$
 $A_3(3,2,1),$
 $A_4(-4,2,5).$

- | | | |
|--|---|--|
| 13. $A_1(1,1,2)$,
$A_2(-1,1,3)$,
$A_3(2,-2,4)$,
$A_4(-1,0,-2)$. | 20. $A_1(1,-1,1)$,
$A_2(-2,0,3)$,
$A_3(2,1,-1)$,
$A_4(2,-2,-4)$. | 26. $A_1(0,-3,1)$,
$A_2(-4,1,2)$,
$A_3(2,-1,5)$,
$A_4(3,1,-4)$. |
| 14. $A_1(2,3,1)$,
$A_2(4,1,-2)$,
$A_3(6,3,7)$,
$A_4(7,5,-3)$. | 21. $A_1(1,2,0)$,
$A_2(1,-1,2)$,
$A_3(0,1,-1)$,
$A_4(-3,0,1)$. | 27. $A_1(1,3,0)$,
$A_2(4,-1,2)$,
$A_3(3,0,1)$,
$A_4(-4,3,5)$. |
| 15. $A_1(1,1,-1)$,
$A_2(2,3,1)$,
$A_3(3,2,1)$,
$A_4(5,9,-8)$. | 22. $A_1(1,0,2)$,
$A_2(1,2-1)$,
$A_3(2,-2,1)$,
$A_4(2,1,0)$. | 28. $A_1(-2,-1,-1)$,
$A_2(0,3,2)$,
$A_3(3,1,-4)$,
$A_4(-4,7,3)$. |
| 16. $A_1(1,5,-7)$,
$A_2(-3,6,3)$,
$A_3(-2,7,3)$,
$A_4(-4,8,-12)$. | 23. $A_1(1,2,-3)$,
$A_2(1,0,1)$,
$A_3(-2,-1,6)$,
$A_4(0,-5,-4)$. | 29. $A_1(-3,-5,6)$,
$A_2(2,1,-4)$,
$A_3(0,-3,-1)$,
$A_4(-5,2,-8)$. |
| 17. $A_1(-3,4,-7)$,
$A_2(1,5,-4)$,
$A_3(-5,-2,0)$,
$A_4(2,5,4)$. | 24. $A_1(3,10,-1)$,
$A_2(-2,3,-5)$,
$A_3(-6,0,-3)$,
$A_4(1,-1,2)$. | 30. $A_1(2,-4,-3)$,
$A_2(5,-6,0)$,
$A_3(-1,3,-3)$,
$A_4(-10,-8,7)$. |
| 18. $A_1(-1,2,-3)$,
$A_2(4,-1,0)$,
$A_3(2,1,-2)$,
$A_4(3,4,5)$. | 25. $A_1(-1,2,4)$,
$A_2(-1,-2,-4)$,
$A_3(3,0,-1)$,
$A_4(7,-3,1)$. | 31. $A_1(1,-1,2)$,
$A_2(2,1,2)$,
$A_3(1,1,4)$,
$A_4(6,-3,8)$. |
| 19. $A_1(4,-1,3)$,
$A_2(-2,1,0)$,
$A_3(0,-5,1)$,
$A_4(3,2,-6)$. | | |

Задача 7. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 .

- | | | |
|---|---|--|
| 1. $M_1(-3,4,-7)$,
$M_2(1,5,-4)$,
$M_3(-5,-2,0)$,
$M_0(-12,7,-1)$. | 2. $M_1(-1,2,-3)$,
$M_2(4,-1,0)$,
$M_3(2,1,-2)$,
$M_0(1,-6,-5)$. | 3. $M_1(-3,-1,1)$,
$M_2(-9,1,-2)$,
$M_3(3,-5,4)$,
$M_0(-7,0,-1)$. |
|---|---|--|

- | | | |
|---|--|---|
| 4. $M_1(1,-1,1)$,
$M_2(-2,0,3)$,
$M_3(2,1,-1)$,
$M_0(-2,4,21)$. | 13. $M_1(-3,-5,6)$,
$M_2(2,1,-4)$,
$M_3(0,-3,-1)$,
$M_0(3,6,68)$. | 22. $M_1(5,2,0)$,
$M_2(2,5,0)$,
$M_3(1,2,4)$,
$M_0(-3,-6,-8)$. |
| 5. $M_1(1,2,0)$,
$M_2(1,-1,2)$,
$M_3(0,1,-1)$,
$M_0(2,-1,4)$. | 14. $M_1(2,-4,-3)$,
$M_2(5,-6,0)$,
$M_3(-1,3,-3)$,
$M_0(2,-10,8)$. | 23. $M_1(2,-1,-2)$,
$M_2(1,2,1)$,
$M_3(5,0,-6)$,
$M_0(14,-3,7)$. |
| 6. $M_1(1,0,2)$,
$M_2(1,2,-1)$,
$M_3(2,-2,1)$,
$M_0(-5,-9,1)$. | 15. $M_1(1,-1,2)$,
$M_2(2,1,2)$,
$M_3(1,1,4)$,
$M_0(-3,2,7)$. | 24. $M_1(-2,0,-4)$,
$M_2(-1,7,1)$,
$M_3(4,-8,-4)$,
$M_0(-6,5,5)$. |
| 7. $M_1(1,2,-3)$,
$M_2(1,0,1)$,
$M_3(-2,-1,6)$,
$M_0(3,-2,-9)$. | 16. $M_1(1,3,6)$,
$M_2(2,2,1)$,
$M_3(-1,0,1)$,
$M_0(5,-4,5)$. | 25. $M_1(14,4,5)$,
$M_2(1,5,-4)$,
$M_3(-2,-6,-3)$,
$M_0(-1,-8,7)$. |
| 8. $M_1(3,10,-1)$,
$M_2(-2,3,-5)$,
$M_3(-6,0,-3)$,
$M_0(-6,7,-10)$. | 17. $M_1(-4,2,6)$,
$M_2(2,-3,0)$,
$M_3(-10,5,8)$,
$M_0(-12,1,8)$. | 26. $M_1(1,2,0)$,
$M_2(3,0,-3)$,
$M_3(5,2,6)$,
$M_0(-13,-8,16)$. |
| 9. $M_1(-1,2,4)$,
$M_2(-1,-2,-4)$,
$M_3(3,0,-1)$,
$M_0(-2,3,5)$. | 18. $M_1(7,2,4)$,
$M_2(7,-1,-2)$,
$M_3(-5,-2,-1)$,
$M_0(10,1,8)$. | 27. $M_1(2,-1,2)$,
$M_2(1,2,-1)$,
$M_3(3,2,1)$,
$M_0(-5,3,7)$. |
| 10. $M_1(0,-3,1)$,
$M_2(-4,1,2)$,
$M_3(2,-1,5)$,
$M_0(-3,4,-5)$. | 19. $M_1(2,1,4)$,
$M_2(3,5,-2)$,
$M_3(-7,-3,2)$,
$M_0(-3,1,8)$. | 28. $M_1(1,1,2)$,
$M_2(-1,1,3)$,
$M_3(2,-2,4)$,
$M_0(2,3,8)$. |
| 11. $M_1(1,3,0)$,
$M_2(4,-1,2)$,
$M_3(3,0,1)$,
$M_0(4,3,0)$. | 20. $M_1(-1,-5,2)$,
$M_2(-6,0,-3)$,
$M_3(3,6,-3)$,
$M_0(10,-8,-7)$. | 29. $M_1(2,3,1)$,
$M_2(4,1,-2)$,
$M_3(6,3,7)$,
$M_0(-5,-4,8)$. |
| 12. $M_1(-2,-1,-1)$,
$M_2(0,3,2)$,
$M_3(3,1,-4)$,
$M_0(-21,20,-16)$. | 21. $M_1(0,-1,-1)$,
$M_2(-2,3,5)$,
$M_3(1,-5,-9)$,
$M_0(-4,-13,6)$. | 30. $M_1(1,1,-1)$,
$M_2(2,3,1)$,
$M_3(3,2,1)$,
$M_0(-3,-7,6)$. |

31. $M_1(1,5,-7)$,
 $M_2(-3,6,3)$,
 $M_3(-2,7,3)$,
 $M_0(1,-1,2)$.

Задача 8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} .

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| $A(1,0,-2)$ | $A(0,-3,5)$ | $A(-3,1,0)$ |
| 1. $B(2,-1,3)$ | 11. $B(-7,2,6)$ | 21. $B(6,3,3)$ |
| $C(0,-3,2)$ | $C(-3,2,4)$ | $C(9,4,-2)$ |
| $A(-1,3,4)$ | $A(5,-1,2)$ | $A(-4,-2,5)$ |
| 2. $B(-1,5,0)$ | 12. $B(2,-4,3)$ | 22. $B(3,-3,-7)$ |
| $C(2,6,1)$ | $C(4,-1,3)$ | $C(9,3,-7)$ |
| $A(4,-2,0)$ | $A(-3,7,2)$ | $A(0,-8,10)$ |
| 3. $B(1,-1,-5)$ | 13. $B(3,5,1)$ | 23. $B(-5,5,7)$ |
| $C(-2,1,-3)$ | $C(4,5,3)$ | $C(-8,0,4)$ |
| $A(-8,0,7)$ | $A(0,-2,8)$ | $A(1,-5,-2)$ |
| 4. $B(-3,2,4)$ | 14. $B(4,3,2)$ | 24. $B(6,-2,1)$ |
| $C(-1,4,5)$ | $C(1,4,3)$ | $C(2,-2,-2)$ |
| $A(7,-5,1)$ | $A(1,-1,5)$ | $A(0,7,-9)$ |
| 5. $B(5,-1,-3)$ | 15. $B(0,7,8)$ | 25. $B(-1,8,-11)$ |
| $C(3,0,-4)$ | $C(-1,3,8)$ | $C(-4,3,-12)$ |
| $A(-3,5,-2)$ | $A(-10,0,9)$ | $A(-3,-1,7)$ |
| 6. $B(-4,0,3)$ | 16. $B(12,4,11)$ | 26. $B(0,2,-6)$ |
| $C(-3,2,5)$ | $C(8,5,15)$ | $C(2,3,-5)$ |
| $A(1,-1,8)$ | $A(3,-3,-6)$ | $A(5,3,1)$ |
| 7. $B(-4,-3,10)$ | 17. $B(1,9,-5)$ | 27. $B(0,0,-3)$ |
| $C(-1,-1,7)$ | $C(6,6,-4)$ | $C(5,-1,0)$ |
| $A(-2,0,-5)$ | $A(2,1,7)$ | $A(-1,2,-2)$ |
| 8. $B(2,7,-3)$ | 18. $B(9,0,2)$ | 28. $B(13,14,1)$ |
| $C(1,10,-1)$ | $C(9,2,3)$ | $C(14,15,2)$ |
| $A(1,9,-4)$ | $A(-7,1,-4)$ | $A(7,-5,0)$ |
| 9. $B(5,7,1)$ | 19. $B(8,11,-3)$ | 29. $B(8,3,-1)$ |
| $C(3,5,0)$ | $C(9,9,-1)$ | $C(8,5,1)$ |
| $A(-7,0,3)$ | $A(1,0,-6)$ | $A(-3,6,4)$ |
| 10. $B(1,-5,-4)$ | 20. $B(-7,2,1)$ | 30. $B(8,-3,5)$ |
| $C(2,-3,0)$ | $C(-9,6,1)$ | $C(0,-3,7)$ |

- $A(2,5,-3)$,
31. $B(7,8,-1)$,
 $C(9,7,4)$.

Задача 9. Найти угол между плоскостями.

1. $x - 3y + 5 = 0, 2x - y + 5z - 16 = 0$.
2. $x - 3y + z - 1 = 0, x + z - 1 = 0$.
3. $4x - 5y + 3z - 1 = 0, 2x - 4y - z + 9 = 0$.
4. $3x - y + 2z + 15 = 0, 5x + 9y - 3z - 1 = 0$.
5. $6x + 2y - 4z + 17 = 0, 9x + 3y - 6z - 4 = 0$.
6. $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0, 2x + y\sqrt{2} - z + 36 = 0$.
7. $3y - z = 0, 2y - z = 0$.
8. $6x + 3y - 2z = 0, x + 2y + 6z - 12 = 0$.
9. $x + 2y + 2z - 3 = 0, 16x + 12y - 15z - 1 = 0$.
10. $2x - y + 5z + 16, x + 2y + 3z + 8 = 0$.
11. $2x + 2y + z - 1 = 0, x + z - 1 = 0$.
12. $3x + y + z - 4 = 0, y + z + 5 = 0$.
13. $3x - 2y - 2z - 16 = 0, x + y - 3z - 7 = 0$.
14. $2x + 2y + z + 9 = 0, 2x - y + 3z - 1 = 0$.
15. $x + 2y + 2z - 3 = 0, 2x - y + 2z + 5 = 0$.
16. $3x + 2y - 3z - 1 = 0, x + y + z - 7 = 0$.
17. $x - 3y - 2z - 8 = 0, x + y - z + 3 = 0$.
18. $3x - 2y + 3z + 23 = 0, y + z + 5 = 0$.
19. $x + y + 3z - 7 = 0, 2y + z - 1 = 0$.
20. $x - 2y + 2z + 17 = 0, x - 2y - 1 = 0$.
21. $x - 2y + 2z + 17 = 0, x - 2y - 1 = 0$.
22. $2x - z + 5 = 0, 2x + 3y - 7 = 0$.
23. $5x + 3y + z - 18 = 0, 2y + z - 9 = 0$.
24. $4x + 3z - 2 = 0, x + 2y + 2z + 5 = 0$.
25. $x + 4y - z + 1 = 0, 2x + y + 4z - 3 = 0$.
26. $2y + z - 9 = 0, x - y + 2z - 1 = 0$.
27. $2x - 6y + 14z - 1 = 0, 5x - 15y + 35z - 3 = 0$.
28. $x - y + 7z - 1 = 0, 2x - 2y - 5 = 0$.
29. $3x - y - 5 = 0, 2x + y - 3 = 0$.

30. $x + y + z\sqrt{2} - 3 = 0, x - y + z\sqrt{2} - 1 = 0.$

31. $x + 2y - 2z - 7 = 0, x + y - 35 = 0.$

Задача 10. Найти координаты точки A , равноудаленной от точек B и C .

1. $A(0,0,z), B(5,1,0), C(0,2,3).$

2. $A(0,0,z), B(3,3,1), C(4,1,2).$

3. $A(0,0,z), B(3,1,3), C(1,4,2).$

4. $A(0,0,z), B(-1,-1,-6), C(2,3,5).$

5. $A(0,0,z), B(-13,4,6), C(10,-9,5).$

6. $A(0,0,z), B(-5,-5,6), C(-7,6,2).$

7. $A(0,0,z), B(-18,1,0), C(15,-10,2).$

8. $A(0,0,z), B(10,0,-2), C(9,-2,1).$

9. $A(0,0,z), B(-6,7,5), C(8,-4,3).$

10. $A(0,0,z), B(6,-7,1), C(-1,2,5).$

11. $A(0,0,z), B(7,0,-15), C(2,10,-12).$

12. $A(0,y,0), B(3,0,3), C(0,2,4).$

13. $A(0,y,0), B(1,6,4), C(5,7,1).$

14. $A(0,y,0), B(-2,8,10), C(6,11,-2).$

15. $A(0,y,0), B(-2,-4,6), C(7,2,5).$

16. $A(0,y,0), B(2,2,4), C(0,4,2).$

17. $A(0,y,0), B(0,-4,1), C(1,-3,5).$

18. $A(0,y,0), B(0,5,-9), C(-1,0,5).$

19. $A(0,y,0), B(-2,4,-6), C(8,5,1).$

20. $A(0,y,0), B(3,0,3), C(0,2,4).$

21. $A(0,y,0), B(0,-2,4), C(-4,0,4).$

22. $A(x,0,0), B(0,1,3), C(2,0,4).$

23. $A(x,0,0), B(4,0,5), C(5,4,2).$

24. $A(x,0,0), B(8,1,-7), C(10,-2,1).$

25. $A(x,0,0), B(3,5,6), C(1,2,3).$

26. $A(x,0,0), B(4,5-2), C(2,3,4).$

27. $A(x,0,0), B(-2,0,6), C(0,-2,-4).$

28. $A(x,0,0), B(1,5,9), C(3,7,11).$

29. $A(x,0,0), B(4,6,8), C(2,4,6).$

30. $A(x,0,0), B(1,2,3), C(2,6,10).$

31. $A(x,0,0), B(-2,-4,-6), C(-1,-2,-3).$

Задача 11. Пусть k - коэффициент гомотетии с центром в начале координат. Верно ли, что точка A принадлежит образу плоскости α ?

1. $A(1,2,-1), \alpha : 2x + 3y + z - 1 = 0, k = 2.$

2. $A(2,1,2), \alpha : x - 2y + z + 1 = 0, k = -2.$

3. $A(-1,1,1), \alpha : 3x - y + 2z + 4 = 0, k = 1/2.$

4. $A(-2,4,1), \alpha : 3x + y + 2z + 2 = 0, k = 3.$

5. $A\left(1, \frac{1}{3}, -2\right), \alpha : x - 3y + z + 6 = 0, k = 1/3.$

6. $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1\right), \alpha : 2x - 3y + 3z - 2 = 0, k = 1,5.$

7. $A(2,0,-1), \alpha : x - 3y + 5z - 1 = 0, k = -1.$

8. $A(1,-2,1), \alpha : 5x + y - z + 6 = 0, k = 2/3.$

9. $A(2, -5, 4), \alpha : 5x + 2y - z + 3 = 0, k = 4/3.$
10. $A(2, -3, 1), \alpha : x + y - 2z + 2 = 0, k = 5/2.$
11. $A(-2, 3, -3), \alpha : 3x + 2y - z - 2 = 0, k = 3/2.$
12. $A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1\right), \alpha : 4x - 3y + 5z - 10 = 0, k = 1/2.$
13. $A(0, 1, -1), \alpha : 6x - 5y + 3z - 4 = 0, k = -3/4.$
14. $A(2, 3, -2), \alpha : 3x - 2y + 4z - 6 = 0, k = -4/3.$
15. $A(-2, -1, 1), \alpha : x - 2y + 6z - 01 = 0, k = 3/5.$
16. $A(5, 0, -1), \alpha : 2x - y + 3z - 1 = 0, k = 3.$
17. $A(1, 1, 1), \alpha : 7x - 6y + z - 5 = 0, k = -2.$
18. $A\left(\frac{1}{3}, 1, 1\right), \alpha : 3x - y + 5z - 6 = 0, k = 5/6.$
19. $A(2, 5, 1), \alpha : 5x - 2y + z - 3 = 0, k = 1/3.$
20. $A(-1, 2, 3), \alpha : x - 3y + z + 2 = 0, k = 2,5.$
21. $A(4, 3, 1), \alpha : 3x - 4y + 5z - 6 = 0, k = 5/6.$
22. $A(3, 5, 2), \alpha : 5x - 3y + z - 4 = 0, k = 1/2.$
23. $A(4, 0, -3), \alpha : 7x - y + 3z - 1 = 0, k = 3.$
24. $A(-1, 1, -2), \alpha : 4x - y + 3z - 6 = 0, k = -5/3.$
25. $A(2, -5, -1), \alpha : 5x + 2y - 3z - 9 = 0, k = 1/3.$
26. $A(-3, -2, 4), \alpha : 2x - 3y + z - 5 = 0, k = -4/5.$
27. $A(5, 0, -6), \alpha : 6x - y - z + 7 = 0, k = 2/7.$
28. $A(1, 2, 2), \alpha : 3x - z + 5 = 0, k = -1/5.$
29. $A(3, 2, 4), \alpha : 2x - 3y + z - 6 = 0, k = 2/3.$
30. $A(7, 0, -1), \alpha : x - y - z - 1 = 0, k = 4.$
31. $A(0, 3, -1), \alpha : 2x - y + 3z - 1 = 0, k = 2.$

Задача 12. Написать канонические уравнения прямой.

1. $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0.$
2. $x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0.$
3. $x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0.$
4. $x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0.$
5. $2x + 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0.$
6. $3x + y - z - 6 = 0, 3x - y + 2z = 0.$
7. $x + 5y + 2z + 11 = 0, x - y - z - 1 = 0.$
8. $3x + 4y - 2z + 1 = 0, 2x - 4y + 3z + 4 = 0.$
9. $5x + y - 3z + 4 = 0, x - y + 2z + 2 = 0.$
10. $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0.$
11. $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0.$
12. $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0.$
13. $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0.$
14. $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0.$
15. $6x - 5y - 4z + 8 = 0, 6x + 5y + 3z + 4 = 0.$
16. $x + 5y - z - 5 = 0, 2x - 5y + 2z + 5 = 0.$

17. $2x - 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0.$
18. $5x + y + 2z + 4, x - y - 3z + 2 = 0.$
19. $4x + y + z + 2 = 0, 2x - y - 3z - 8 = 0.$
20. $2x + y - 3z - 2 = 0, 2x - y + z + 6 = 0.$
21. $x + 5y - z + 11 = 0, x - y + 2z - 1 = 0.$
22. $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0.$
23. $x - y + z - 2 = 0, x - 2y - z + 4 = 0.$
24. $6x - 7y - z - 2 = 0, x + 7y - 4z - 5 = 0.$
25. $x + 5y + 2z - 5 = 0, 2x - 5y - z + 5 = 0.$
26. $x - 3y + z + 2 = 0, x + 3y + 2z + 14 = 0.$
27. $2x + 3y - 2z + 6 = 0, x - 3y + z + 3 = 0.$
28. $3x + 4y + 3z + 1 = 0, 2x - 4y - 2z + 4 = 0.$
29. $3x + 3y + z - 1 = 0, 2x - 3y - 2z + 6 = 0.$
30. $6x - 5y + 3z + 8 = 0, 6x + 5y - 4z + 4 = 0.$
31. $2x - 3y - 2z + 6 = 0, x - 3y + z + 3 = 0.$

Задача 13. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

1. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, x+2y+3z-14=0.$
2. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, x+2y-5z+20=0.$
3. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}, x-3y+7z-24=0.$
4. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, 2x-y+4z=0.$
5. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}, 3x+y-5z-12=0.$
6. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, x+3y-5z+9=0.$
7. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, x-2y+5z+17=0.$
8. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, x-2y+4z-19=0.$
9. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, 2x-y+3z+23=0.$
10. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}, 2x-3y-5z-7=0.$
11. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, 4x+2y-z-11=0.$
12. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, 3x-2y-4z-8=0.$
13. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, x+2y-z-2=0.$
14. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, 5x-y+4z-3=0.$
15. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{3}, x+3y+5z-42=0.$
16. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, 7x+y+4z-47=0.$
17. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, 2x+3y+7z-52=0.$
18. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, 3x+4y+7z-16=0.$
19. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, 2x-5y+4z+24=0.$
20. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}, x-2y-3z+18=0.$
21. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, x+7y+3z+11=0.$
22. $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, 3x+7y-5z-11=0.$
23. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, 4x+y-6z-5=0.$
24. $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, 5x+9y+4z-25=0.$
25. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, x+4y+13z-23=0.$
26. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, 3x-2y+5z-3=0.$
27. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, 3x-y+4z=0.$
28. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, x+2y-5z+16=0.$

$$29. \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, 3x-7y-2z+7=0.$$

$$31. \frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}, 2x+y+7z-3=0.$$

$$30. \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}, 5x+7y+9z-32=0.$$

Задача 14. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой (для вариантов 1-15) или плоскости (для вариантов 16-31).

$$1. M(0,-3,-2), \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$2. M(2,-1,1), \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}.$$

$$3. M(1,1,1), \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}.$$

$$4. M(1,2,3), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$5. M(1,0,-1), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}.$$

$$6. M(2,1,0), \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}.$$

$$7. M(-2,-3,0), \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}.$$

$$8. M(-1,0,-1), \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}.$$

$$9. M(0,2,1), \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

$$10. M(3,-3,-1), \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}.$$

$$11. M(3,3,3), \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}.$$

$$12. M(-1,2,0), \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,75}{-0,2} = \frac{z-2}{2}.$$

$$13. M(2,-2,-3), \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}.$$

$$14. M(-1,0,1), \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}.$$

$$15. M(0,-3,-2), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$16. M(1,0,1), 4x+6y+4z-25=0.$$

$$17. M(-1,0,-1), 2x+6y-2z+11=0.$$

$$18. M(0,2,1), 2x+4y-3=0.$$

$$19. M(2,1,0), y+z+2=0.$$

$$20. M(-1,2,0), 4x-5y-z-7=0.$$

$$21. M(2,-1,1), x-y+2z-2=0.$$

$$22. M(1,1,1), x+4y+3z+5=0.$$

$$23. M(1,2,3), 2x+10y+10z-1=0.$$

$$24. M(0,-3,-2), 2x+10y+10z-1=0.$$

$$25. M(1,0,-1), 2y+4z-1=0.$$

$$26. M(3,-3,-1), 2x-4y-4z-13=0.$$

$$27. M(-2,-3,0), x+5y+4=0.$$

$$28. M(2,-2,-3), y+z+2=0.$$

$$29. M(-1,0,1), 2x+4y-3=0.$$

$$30. M(3,3,3), 8x+6y+8z-25=0.$$

$$31. M(-2,0,3), 2x-2y+10z+1=0.$$