

§ 1.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

- 1) Понятия числовой последовательности и ее предела.
Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
- 2) Понятие предела функции в точке. Понятие функции, ограниченной в окрестности точки. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел.
- 3) Теорема о переходе к пределу в неравенствах.
- 4) Теорема о пределе промежуточной функции.
- 5) Понятие непрерывности функции. Доказать непрерывность функции $\cos x$
- 6) Первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- 7) Понятие бесконечно малой функции. Теорема о связи между функцией, ее пределом и бесконечно малой.
- 8) Теорема о сумме бесконечно малых функций.
- 9) Теорема о произведении бесконечно малой функции на ограниченную функцию.
- 10) Теорема об отношении бесконечно малой функции к функции, имеющей предел, отличный от нуля.
- 11) Теорема о пределе суммы.
- 12) Теорема о пределе произведения.
- 13) Теорема о пределе частного.
- 14) Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции.
- 15) Непрерывность суммы, произведения и частного.
- 16) Непрерывность сложной функции.
- 17) Понятие бесконечно большой функции. Теоремы о связи бесконечно больших функций с бесконечно малыми.
- 18) Сравнение бесконечно малых функций.
- 19) Эквивалентные бесконечно малые функции. Теорема о замене бесконечно малых функций эквивалентными.
- 20) Условие эквивалентности бесконечно малых функций.

§ 1.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

- 1) Доказать, что если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |a|$
Вытекает ли из существования $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|$ существование $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
Указание. Доказать и использовать неравенство
$$||b| - |a|| \leq |b - a|$$
- 2) Доказать, что последовательность $\{n^2\}$ расходится.
- 3) Сформулировать на языке « $\varepsilon - \delta$ » утверждение: «Число A не является пределом в точке x_0 функции $f(x)$, определенной в окрестности точки x_0 ».
- 4) Доказать, что если непрерывная $f(x)$ функция, то $F(x) = |f(x)|$ есть также непрерывная функция. Верно ли обратное утверждение?
- 5) Сформулировать на языке « $\varepsilon - \delta$ » утверждение:

«Функция $f(x)$, определенная в окрестности точки x_0 , не является непрерывной в этой точке».

6) Пусть $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq 0$, а $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)$ не существует. Доказать что $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)\varphi(x)$ не существует.

Указание. Допустить противное и использовать теорему о пределе частного.

7) Пусть функция $f(x)$ имеет предел в точке x_0 . а функция $\varphi(x)$ не имеет предела. Будут ли существовать пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + \varphi(x))$;

б) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)\varphi(x)$?

Рассмотреть пример: $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

8) Пусть $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq 0$, а функция $\varphi(x)$ бесконечно большая при $x \rightarrow x_0$. Доказать, что

произведение $f(x)\varphi(x)$ является бесконечно большой функцией при $x \rightarrow x_0$

9) Является ли бесконечно большой при $x \rightarrow 0$ функция $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$?

10) Пусть $\alpha'(x) \approx \alpha(x)$ и $\beta'(x) \approx \beta(x)$ при $x \rightarrow x_0$

Доказать, что если $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha'(x)}{\beta'(x)}$ не существует, то $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ тоже не существует.

§ 1.3. РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задача 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$1. a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, a = \frac{3}{2}.$$

$$6. a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}, a = \frac{4}{3}.$$

$$2. a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, a = 2.$$

$$7. a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$3. a_n = \frac{7n+4}{2n+1}, a = \frac{7}{2}.$$

$$8. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, a = 2.$$

$$4. a_n = \frac{2n-5}{3n+1}, a = \frac{2}{3}.$$

$$9. a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$5. a_n = \frac{7n-1}{n+1}, a = 7.$$

$$10. a_n = -\frac{5n}{n+1}, a = -5.$$

$$11. a_n = \frac{n+1}{1-2n}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$22. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, a = 2.$$

$$12. a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, a = \frac{2}{3}.$$

$$23. a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$13. a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}, a = -2.$$

$$24. a_n = \frac{5n+1}{10n-3}, a = \frac{1}{2}.$$

$$14. a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}, a = -3.$$

$$25. a_n = \frac{2-2n}{3+4n}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$15. a_n = \frac{n}{3n-1}, a = \frac{1}{3}.$$

$$26. a_n = \frac{23-4n}{2-n}, a = 4.$$

$$16. a_n = \frac{3n^3}{n^3-1}, a = 3.$$

$$27. a_n = \frac{1+3n}{6-n}, a = -3.$$

$$17. a_n = \frac{4+2n}{1-3n}, a = -\frac{2}{3}.$$

$$28. a_n = \frac{2n+3}{n+5}, a = 2.$$

$$18. a_n = \frac{5n+15}{6-n}, a = -5.$$

$$29. a_n = \frac{3n^2+2}{4n^2-1}, a = \frac{3}{4}.$$

$$19. a_n = \frac{3-n^2}{4+2n^2}, a = -\frac{1}{2}.$$

$$30. a_n = \frac{2-3n^2}{4+5n^2}, a = -\frac{3}{5}.$$

$$20. a_n = \frac{2n-1}{2-3n}, a = -\frac{2}{3}.$$

$$31. a_n = \frac{2n^3}{n^3-2}, a = 2.$$

$$21. a_n = \frac{3n-1}{5n+1}, a = \frac{3}{5}.$$

Задача 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 + (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}.$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^2 + (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}.$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}.$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}.$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}.$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}.$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)^3 - (n+5)^3}{(3n-1)^3 + (2n+3)^3}.$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}.$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}.$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n+3)^3}{(2n+1)^2 + (2n+3)^2}.$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}.$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}.$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}.$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^2}{n^3 - 3n}.$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 + 1}.$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-2)^2}{(n+3)^2}.$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^3}{n^2 + n + 1}.$$

Задача 3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{3n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^5 + 1}}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12} + n + 1} - n}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} + \sqrt[3]{125n^3 + n}}{\sqrt[3]{n} - n}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[5]{n} + \sqrt[3]{125n^3 + n}}{(n + \sqrt[4]{n})\sqrt{9 + n^2}}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2 + 2}}{\sqrt[4]{4n^4 + 1} - \sqrt[3]{n^4 - 1}}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[5]{8n^3 + 5}}{\sqrt[4]{n+7} - n}.$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[4]{3n+1} + \sqrt{81n^4 - n^2 + 1}}{(n + \sqrt[3]{n})\sqrt{5 - n + n^2}}.$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2 - 3}}{\sqrt[3]{n^5 - 4} - \sqrt[4]{n^4 + 1}}.$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 3} - \sqrt{n-3}}{\sqrt[5]{n^5 + 3} + \sqrt{n-3}}.$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}.$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}.$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{81n^8 - 1}}{(n + 4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}}.$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 7} + \sqrt[3]{n^2 + 4}}{\sqrt[4]{n^5 + 5} + \sqrt{n}}.$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6 + 6} - \sqrt{n-6}}.$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}.$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5 + 5}}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[4]{11n} + \sqrt{25n^4 - 81}}{(n - 7\sqrt{n})\sqrt{n^2 - n + 1}}.$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n+1}}.$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7 + 5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7 + 5} + \sqrt{n-5}}.$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 5n^2}{n - \sqrt{n^4} - n + 1}.$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{n^3 + 2}}{\sqrt[7]{n+2} - \sqrt[5]{n^5 + 2}}.$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}.$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6} - \sqrt{n^2 - 5}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^3 + 1}}.$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}.$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} - n}.$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5 + 1}}.$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 \sqrt{n} + \sqrt[5]{32n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt[3]{n^3 - 1}}.$$

Задача 4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}).$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3}).$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9}).$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n).$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{4 - n^3}).$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3}).$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)}).$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{n^5 - 8}).$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n).$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2(\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3}).$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2}).$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}.$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 3}).$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3}).$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5 + 9)} - \sqrt{(n^4 - 1)(n^{2+5})}}{n}.$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+5)} - n).$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8}(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1}).$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^3 + 1)(n^2 + 3)} - \sqrt{n(n^4 + 2)}}{2\sqrt{n}}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 + 2)} - \sqrt{(n^2 - 1)(n^2 - 2)}).$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^5 + 1)(n^2 - 1)} - n\sqrt{n(n^4 + 1)}}{n}.$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^4 + 1)(n^2 - 1)} - \sqrt{n^6 - 1}}{n}.$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n(n-1)}).$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 (\sqrt[3]{n^2(n^6 + 4)} - \sqrt[3]{n^8 - 1}).$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)}).$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} (\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)}).$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4}).$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2}).$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} (\sqrt{n^3 - 3} - \sqrt{n^3 - 2}).$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 5)(n^4 + 2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n}.$$

Задача 5. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right).$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{n+3} - n \right).$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2)}{\sqrt{5n^4 + n + 1}}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 4)! - (n + 2)!}{(n + 3)!}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n - 1)! + (3n + 1)!}{(3n!)(n - 1)}.$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}.$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}}.$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + (4n - 3) - (4n - 1)}{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 + n + 1}}.$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n}{n}.$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 5} - \sqrt{3n^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}.$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}.$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} - \frac{2}{3} \right).$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} \right).$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5 + 4 - 7 + \dots + 2n - (2n + 3)}{n + 3}.$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)! + (2n + 2)!}{(2n + 3)! - (2n + 2)!}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n - n^2 + 3}.$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n} - 1}{2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3)}.$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{16} + \frac{9}{64} + \dots + \frac{1 + 2^n}{4^n} \right).$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}.$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n - 3)}{n + 1} - \frac{4n + 1}{2} \right).$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 2}}.$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}.$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}.$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 9 + \dots + 3n}{n^2 + 4}.$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{10} + \frac{29}{100} + \dots + \frac{2^n + 5^n}{10^n} \right).$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + 4 + \dots + 2n}{n+3} - n \right).$$

Задача 6. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1} \right)^{n^2}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1} \right)^{-n+1}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1} \right)^{n/2}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+4n-1}{3n^2+2n+7} \right)^{2n+5}.$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n-1} \right)^{-n^2}.$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3} \right)^n.$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}.$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3} \right)^n.$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}.$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1} \right)^{-n^3}.$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}.$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^3}.$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9} \right)^{2n+1}.$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n-1} \right)^{5n}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}.$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5} \right)^{3n+2}.$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n.$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}.$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + n + 1}{n^3 + 2} \right)^{2n^2}.$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2-7}.$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{n/6+1}.$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}.$$

Задача 7. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = -5.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2} = 5.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5} = -19.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2 + 13x + 21}{2x + 7} = -\frac{1}{2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5} = \frac{1}{2}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x - 11} = 23.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x - 5} = 26.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -\frac{5}{3}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = -8.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x - 8} = 8.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x + 6} = -19.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -1/5} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x + 1/5} = -8.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - 1/3} = 8.$$

Задача 8 . Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$).

1. $f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$

2. $f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$

3. $f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$

4. $f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$

5. $f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$

6. $f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$

7. $f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$

8. $f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$

9. $f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$

10. $f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$

11. $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$

12. $f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$

13. $f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$

14. $f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$

15. $f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$

16. $f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$

17. $f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$

18. $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$

19. $f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$

20. $f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$

21. $f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$

22. $f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$

23. $f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$

24. $f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$

25. $f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$

26. $f(x) = -3x^2 - 9, x_0 = 3.$

27. $f(x) = -2x^2 + 9, x_0 = 4.$

28. $f(x) = 2x^2 + 8, x_0 = 5.$

29. $f(x) = 3x^2 + 7, x_0 = 6.$

30. $f(x) = 4x^2 + 6, x_0 = 7.$

31. $f(x) = 5x^2 + 5, x_0 = 8.$

Задача 9 . Вычислить пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x^2 + x^5}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$

Задача 10 . Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{\sqrt[3]{x^3+8}}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}.$$

Задача 11. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2} - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1+4x)}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{\sin(2\pi(x+10))}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+5\pi/2)\operatorname{tg}x}{\arcsin 2x^2}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sqrt{8x+4}-2}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{3x+1}}{\cos(\pi(x+1/2))}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3\arctg x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(\pi(x+1))}{\ln(1+2x)}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin(\pi(x+2))}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x+\pi))}{e^{3x-1}}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x \sin x}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x}-1}{\sin(\pi(x/2+1))}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+\cos(x-\pi)}{(e^{3x}-1)^2}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}x - \sin x}{x(1-\cos 2x)}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{2-\sqrt{2x^2+4}}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4\pi x}-1}{\sqrt[3]{8+24x}-2}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1+\cos(x-3\pi)}.$$

Задача 12. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}.$$

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$.
14. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$.
17. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}$.
18. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$.
19. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x-\sqrt{3x^2-5x+2}})}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$.
23. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$.
24. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1-\sin(x/2)}{\pi-x}$.
25. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1-2\cos x}{\pi-3x}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x/2)}{1-\sqrt{x}}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$.
30. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$.
31. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

Задача 13. Вычислить пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - \sqrt[3]{2x-3})}{\sin(\pi x/2) - \sin((x-1)\pi)}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2}{\sin \ln(x-1)}$.
5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}$.
6. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2-3x-5} - \sqrt{1+x})}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x-2\pi)^2}{\lg(\cos x - 1)}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos \pi x} - 1}$.
10. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{3^{\sqrt{2+x+x^2}} - 9}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}$.
12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}$.

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x - 5)}{e^{\sin \pi x} - 1}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln(2x/\pi)}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2^x + 7} - \sqrt{2^{x+1} + 5}}{x^3 - 1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}} - e}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2-a^2} - 1}{\lg \ln(x/a)}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(e^{\sqrt[3]{1-x^2}/2} - e^{\sqrt[3]{x+2}})}{\operatorname{arctg}(x+3)}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow a\pi} \frac{\ln(\cos(x/a) + 2)}{a^{a^2\pi^2/x^2 - a\pi/x} - a^{a\pi/x-1}}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x^2/\pi)}{2^{\sqrt{\sin x+1}} - 2}.$$

Задача 14. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 5^{3x}}{\operatorname{arctg} x + x^3}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\operatorname{arctg} x - x^2}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 5^{-3x}}{2 \arcsin x - x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{7x}}{\arcsin 2x - x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\arcsin x + x^3}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x - x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 7^{-x}}{2 \operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} x}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 3x - \sin 5x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{2 \operatorname{tg} x - \sin x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 7^x}{\arcsin x - 5x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-5x}}{2 \sin x - \operatorname{tg} x}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 2^{3x}}{\sin x + \sin x^2}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 2^{3x}}{\operatorname{arctg} 2x - 7x}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2x}}{x + \sin x^2}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{-7x}}{2x - \operatorname{tg} x}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \operatorname{ar} \sin x^3}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}.$$

Задача 15. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x + 1)}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{\ln x - \ln a}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x^3}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{-\beta x}}{\sin ax - \sin \beta x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}.$$

$$15. \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ x)0}} \frac{\ln(x + h) + \ln(x - h) + 2 \ln x}{h^2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\log_2 x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}.$$

$$19. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}.$$

$$21. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x+1} - 3}{\ln(1 + x\sqrt{1 + xe^x})}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin bx - \sin ax}{\ln(\operatorname{tg}(\pi/4 + ax))}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)}.$$

Задача 16. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + x^3))^{\frac{3}{(x^2 \arcsin x)}}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x2^x}{1 + x3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}})^{\frac{2}{\sin x}}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos \alpha x}{1 + \sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{\frac{x}{\sin^4 \sqrt[3]{x}}}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}})^{\frac{3}{x}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{\frac{1}{(x \sin \pi x)}}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - x))^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1 + \pi x^3)}}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{\arcsin x^3})^{\frac{(\operatorname{cosec} e^x)}{x}}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{\frac{1}{\ln(1 + x^2)}}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1 + \sin^2 x)}}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{x^2})^{\frac{1}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2(\frac{x}{3}))}}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{-\operatorname{cosec}^2 x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 3^{\sin^2 x})^{\frac{1}{\ln \cos x}}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2]{2 - \cos x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} (6 - \frac{5}{\cos x})^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \left(3 - \frac{2}{\cos x}\right)^{\operatorname{cosec}^2 x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 2x}{1 + \sin x \cos 3x}\right)^{\frac{1}{\sin x^3}}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{x^2})^{\frac{1}{(1 - \cos \pi x)}}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \ln \frac{1}{3} \operatorname{arctg}^6 \sqrt{x}\right)^{\frac{1}{x^3}}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \operatorname{tg} x \cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x \cos 5x} \frac{1}{x^3}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x3^x}{1 + x7^x}\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+3x^2)}}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln \cos x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\ln(1+\operatorname{tg}^2 3x)}}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x^2 2^x}{1 + x^2 5^x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}.$$

Задача 17. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x}\right)^{1+x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x}\right)^x.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{x}\right)^{2/(x+2)}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3x} - 1}{x}\right)^{\cos^2(\pi/4+x)}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 4}{x + 2}\right)^{x^2+3}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{6x}\right)^{x/(x+2)}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 4x}{x}\right)^{2+x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^3} - 1}{x^2}\right)^{(8x+3)/(1+x)}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4}\right)^{\cos x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 6x}{2x}\right)^{2+x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2} - 1}{x^2}\right)^{6/(1+x)}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x}\right)^{x^2}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)^{x+2}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10}\right)^{x+2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin(x+2))^{3/(3+x)}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{2x} - 1}{x}\right)^{x+1}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^4 + 5}{x + 10}\right)^{4/(x+2)}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{11x + 8}{12x + 1}\right)^{\cos^2 x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 1}{x^3 + 8}\right)^{2/(x+1)}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}\right)^{3/(x+8)}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{x}{\pi}\right)^{1+x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{2(x+5)} .$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arctg 3x}{x} \right)^{x+2} .$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\cos x^4} .$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x^2}{\sin x} \right)^{1/(x+6)} .$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{(e^x - 1)/x} .$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} (6 - 5/\cos x)^{\operatorname{tg}^2 x} .$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + 8x}{2 + 11x} \right)^{1/(x^2+1)} .$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin^2 x}{\arcsin^2 4x} \right)^{2x+1} .$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 4}{x^3 + 9} \right)^{1/(x+2)} .$$

Задача 18. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)} .$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)} .$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)} .$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)} .$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)} .$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/(\cos(3\pi/4-x))} .$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)} .$$

$$8. \lim_{x \rightarrow a} (2 - x/a)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}} .$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x / \sin 3x} .$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x} .$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)} .$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x / \sin 4x} .$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg}(\pi x/2)} .$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}} .$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{9-2x}{3} \right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)} .$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 3x} .$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{x/(x-1)} .$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{1/(x-\pi/2)} .$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{\frac{3x-1}{x-1}} .$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \cos 3x)^{\sec x} .$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{\frac{3x+2}{x-2}} .$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin(x-1)}{x-1} \right)^{\frac{\sin(x-1)}{x-1-\sin(x-1)}} .$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{1/\ln(2-x)} .$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)^{1/\cos x} .$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{\sin(\pi x/2)}{\ln(2-x)}} .$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sin x}{\sin 3} \right)^{1/(x-3)} .$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{2x} \right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\frac{18 \sin x}{\operatorname{ctg} x}}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{\ln(x+1)}{\ln(2-x)}}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{1/\cos(x/2)}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{\ln(3+2x)}{\ln(2-x)}}.$$

Задача 19. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \left(\frac{\ln \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{ctg} x} \right)^{1/(x+\pi/4)}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} (\sin x)^{3/(1+x)}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin 3\pi x}{\sin \pi x} \right)^{\sin^2(x-2)}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \pi/6} (\sin x)^{6x/\pi}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \left(2 - \frac{x}{3} \right)^{\sin \pi x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{(1-x^2)/(1-x)}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} (1 + e^x)^{\frac{\sin \pi x}{1-x}}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\operatorname{tg} 9\pi x}{\sin 4\pi x} \right)^{x/(x+1)}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x} \right)^{x^2-8}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin 2x)^{\frac{x^2-\pi^2/16}{x-\pi/4}}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{arctg} \frac{x-3/4}{(x-1)^2} \right)^{x+1}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{\sin(x-\pi)}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{x^2/a^2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} \right)^{1/x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin x + \cos x)^{1/\operatorname{tg} x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \pi/8} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin(\pi/8+x)}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} \pi x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \pi} (x + \sin x)^{\sin x+x}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} (\ln^2 ex)^{1/(x^2+1)}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1)^{\pi/\operatorname{arctg} x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)^{1/x^2}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e^{\sin \pi x} - 1}{x - 1} \right)^{x^2+1}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 2} (\cos \pi x)^{\operatorname{tg}(x-2)}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 1/2} (\arcsin x + \arccos x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x + 1)^{\sin x}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x} + x - 1)^{\sin(\pi x/4)}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5} \right)^{1/(2-x)}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} \right)^{x^2}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 1} ((e^{2x} - e^2)/(x-1))^{x+1}.$$

Задача 20. Вычислить предел функции или числовой последовательности.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos 3x + x \operatorname{arctg}(1/x)}$.
2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x - \pi}}$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sin n}{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n^3 - 7}}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \cos(1/x) + \lg(2+x)}{\lg(4+x)}$.
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{1/n} + \sin \frac{n}{n^2 + 1} \cos n}{1 + \cos(1/n)}$.
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{2 + n^5 - \sqrt{2n^3 + 3}}}{(n + \sin n) \sqrt{7n}}$.
7. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} + (4x - \pi) \cos \frac{x}{4x - \pi}}{\lg(2 + \operatorname{tg} x)}$.
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{n^2 + 1} \operatorname{arctg} \frac{n}{n^2 + 1})$.
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{3n^5 - 7}}{(n^2 - n \cos n + 1) \sqrt{n}}$.
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \sin n + \sqrt{n-1}}{n + \sqrt{n+1}}$.
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - \cos n) \sqrt[3]{n}}{\sqrt{2n+1} - 1}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(2 + \sqrt{\operatorname{arctg} x \sin \frac{1}{x}})$.
13. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{1 + \cos \pi x}{4 + (x+2) \sin \frac{x}{x+2}}}$.
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^4 - 3} + \sin n}$.
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 \cos n} + \sqrt{3n^2 + 2}}{\sqrt[5]{n^6 + 1}}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}} + 3}{2 - \lg(1 + \sin x)}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\operatorname{arctg} \sin^2 \frac{1}{x} + 5 \cos x}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos x + \sin \frac{1}{x} \ln(1+x)}$.
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2 \cos^2 x + (e^x - 1) \sin \frac{1}{x}}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \ln(e + x \sin \frac{1}{x})}{\cos x + \sin x}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln((e^{x^2} - \cos x) \cos(1/x) + \operatorname{tg}(x + \pi/3))$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \ln(1+x) \sqrt{2 + \cos(1/x)}}{2 + e^x}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos 2\pi x}{2 + (e^{\sqrt{x-1}} - 1) \operatorname{arctg} \frac{x+2}{x-1}}$.
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(e^{\sin x} - 1) \cos \frac{1}{x} + 4 \cos x}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(1+x)}{(2 + \sin \frac{1}{x}) \ln(1+x) + 2}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\lg(x+2) + \sin \sqrt{4-x^2} \cos \frac{x+2}{x-2}}$.
27. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2 + \cos x \sin \frac{2}{2x - \pi}}{3 + 2x \sin x}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg}(\cos x + \sin \frac{x-1}{x+1} \cos \frac{x+1}{x-1})$.
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x(2 + \sin \frac{1}{x}) + 4 \cos x}$.
30. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x + \sin \pi x \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1+\cos x}}{(2 + \sin \frac{1}{x}) \ln(1+x) + 2}$.
31. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n - 1} + \sqrt[3]{2n^2 + 1}}{n + 2 \sin n}$.